МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

МиКМ

_______А.В. Ковалев

18.05.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.02 Теория случайных процессов

1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:
01.03.03 Механика и математическое моделирование

2. Профиль подготовки/специализации: Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма образования: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Механики и компьютерного моделирование

6. Составители программы:

Иванищева Ольга Ивановна к. ф. м. н., доцент, факультет ПММ, кафедра МиКМ, E-mail: ivanicheva@amm.vsu.ru

7. Рекомендована: НМС факультета ПММ протокол № 8 15.04.2022.

8. Учебный год: 2024 - 2025 **Семестр(-ы):** 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель изучения дисциплины: *Цель изучения дисциплины*: Овладеть аппаратом теории случайных функций для построения и исследования моделей механики сплошных сред со случайными параметрами.

Задачи учебной дисциплины: изучение студентами основ случайных процессов с целью применения их при решении прикладных задач; владение методами и современными подходами в теории случайных функций, способностью проводить оценку возможных рисков.

В результате изучения курса студенты должны приобрести знания, которые помогут решать проблемы, возникающие при исследованиях в области механики и математического моделирования.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Учебная дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части Блока 1.
. Для освоения дисциплины необходимы знания дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения. Освоение дисциплины позволит в дальнейшем изучать дисциплины: физико-механический практикум и вычислительный эксперимент, математические модели в механике сплошной среды, лабораторный практикум, а также специальные курсы по профилю подготовки.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить сбор, анализ и обработку научно-технической информации, необходимой для решения профессиональных задач, поставленных специалистом более высокой квалификации	ПК-1.2,	Проводит первичный анализ и обобщение отечественного и международного опыта в соответствующей области исследований под руководством специалиста более высокой квалификации	Знать: основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности Уметь: проводить первичный анализ накопленного отечественного и международного научного материала для построения и анализа моделей со случайными параметрами Владеть: основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.

ПК-5	Способен проводить расчетные исследования напряженно-деформированнного состояния, прочности основных конструкционных элементов при воздействии силовых факторов на основе современных средств твердотельного 3D-моделирования	ПК-5.1,	Накапливает и систематизирует знания о методах расчетных исследований напряженно-деформированного состояния тел (стержни, пластины, оболочки), прочности; основах компьютерного инжиниринга и виртуального моделирования проблем механики сплошных сред. (Накапливает знания в области стохастического анализа для построения перечисленных моделей со случайными параметрами).	Знать :прикладные возможности использования теории случайных функций в области построения и исследования математических моделей механики. .Уметь: систематизировать и накаливать знания в области стохастического анализа с возможностью построения моделей со случайными параметрами. Владеть:умением анализа применимости разделов курса для решения прикладных задач виртуального моделирования..

12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом – 2/72.

Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) ____Зачет_____.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		№5
Аудиторные занятия	32	32
в том числе: лекции	16	16
практические	16	16
лабораторные		
самостоятельная работа	40	40
Форма промежуточной аттестации	зачет	зачет
Итого:	72	72

13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
		1. Лекции	
1	Основные понятия теории случайных процессов	Определение случайного процесса. Законы распределения и моменты случайных функций. Основные классы случайных процессов. Условное математическое ожидание и условная вероятность.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579

2	Элементы стохастического анализа	Сходимость случайных процессов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайных процессов	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
3	Стационарные случайные процессы	Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
4	Марковские процессы	Марковские процессы. Уравнения Колмогорова. Диффузионные марковские процессы и уравнения для их переходных вероятностей типа уравнения теплопроводности. Переход от динамической системы со случайными возмущениями к диффузионному случайному процессу.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
		2. Практические занятия	
1	Основные понятия теории случайных процессов	Определение случайного процесса. Законы распределения и моменты случайных функций. Основные классы случайных процессов. Условное математическое ожидание и условная вероятность.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
2	Элементы стохастического анализа	Сходимость случайных процессов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайных процессов	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
3	Стационарные случайные процессы	Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
4	Марковские процессы	Марковские процессы. Уравнения Колмогорова. Диффузионные марковские процессы и уравнения для их переходных вероятностей типа уравнения теплопроводности. Переход от динамической системы со случайными возмущениями к диффузионному случайному процессу.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579

13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия теории случайных процессов	4	4		2	10
2	Элементы стохастического анализа	4	4		13	21
3	Стационарные случайные процессы	4	4		13	21
4	Марковские процессы.	4	4		12	20
	Итого:	16	16		40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины «Теория случайных процессов » включает лекционные, практические занятия и самостоятельную работу обучающихся.

На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.

На лекционных занятиях студенты знакомятся с основными понятиями курса, их логической взаимосвязью. Изучение тем начинается с лекций, которые составляют основу теоретической подготовки студентов. Лекции читаются с использованием технических средств обучения

Практические занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Они организовываются в виде работы над практико-ориентированными заданиями, домашние задания, собеседования, выполнение практических работ. Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала, разбор заданий практических заданий и анализ решения. Для успешного освоения дисциплины рекомендуется использовать материалы учебно-методических пособий по курсу, просматривать основную и дополнительную литературу по соответствующей теме, чтобы систематизировать изучаемый материал.

Промежуточная аттестация. В течение семестра обучающимся предлагается выполнить практико-ориентированные домашние задания. К промежуточной аттестации, проводимой на последнем занятии, представляются отчеты по практическим работам и обзор пройденного материала.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

(список оформляется в соответствии с требованиями ГОС и ФГОС, используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
	1.**Свешников, Арам Арутюнович**. Прикладные методы теории случайных функций / А.А. Свешников .— М. : Наука, 1968 .— 463 с. : ил. — (Физико-математическая библиотека инженера) . https://lib.vsu.ru/
2	**Вентцель, Елена Сергеевна**. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения :

	Учебное пособие для студ. втузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров .— 2-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2000 .— 383 с. : ил. — (Высшая математика для втузов) .— ISBN 5-06-003831-9 : 50.00.. https://lib.vsu.ru/
3	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учебное пособие / Б.Г. Володин [и др.] ; под общ. ред. А.А. Свешникова .— Изд. 3-е, перераб. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2007 .— 445 с. : ил., табл. — (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники. Математика) (Классические задачники и практикумы) .— Библиогр.: с. 350 - 355 .— ISBN 978-5-8114-0708-8.
4	.**Галажинская, О. Н.** Теория случайных процессов : учебное пособие / О. Н. Галажинская, С. П. Моисеева. — Томск : ТГУ, [б. г.]. — Часть 2 : Марковские процессы — 2016. — 126 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/106140 .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
	5.**Хрущева, И. В.** Основы математической статистики и теории случайных процессов : учебное пособие / И. В. Хрущева, В. И. Щербаков, Д. С. Леванова. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-0914-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167790 6.**Свешников, А. А.** Прикладные методы теории марковских процессов : монография / А. А. Свешников. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0719-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167711 7.Теория случайных процессов : учебно-методическое пособие / составитель С. П. Моисеева. — Томск : ТГУ, [б. г.]. — Часть 2 : Марковские процессы — 2014. — 58 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/76727 8. **Волков, Игорь Куприянович**. Случайные процессы : учебник для студ. втузов / И. К. Волков, С. М. Зуев, Г. М. Цветкова ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко .— Изд. 2-е, стер. — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003 .— 447 с. : ил. — (Математика в техническом университете ; Вып. 18) .— Предм. указ.: с. 440-444 .— Библиогр.: с. 438-439 .— ISBN 5-7038-1573-8 ((в пер.)) , 1000 экз. — ISBN 5-7038-1270-4. https://lib.vsu.ru/zgate

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник
1	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: http//:www.lib.vsu.ru.
2	Электронно-библиотечная система «Консультант студента». - Режим доступа: https://www.studentlibrary.ru
3	Онлайн-курс, размещенный на LMS-платформе edu.vsu.ru: «ТСП_1» https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
4	Электронно-библиотечная система "Лань" https://e.lanbook.com/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, контрольной работе и подготовку к промежуточной аттестации.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579, который включает в себя: программу курса, лекционный материал с контрольными вопросами для самопроверки, практические задания с примерами выполнения и проверочные тесты.

Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам.

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная).

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.;

- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579, а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:Лекционная аудитория должна быть оборудована учебной мебелью, компьютером, мультимедийным оборудованием (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается переносное оборудование.

Учебная аудитория для практических занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран).

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, осна- щенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных прило- жений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основные понятия теории случайных процессов	ПК-1. .	ПК-1.2	*1.Контрольные вопросы к теме* *2.Практикоориентированные задания*
2	Элементы стохастического анализа	ПК-1. .	ПК-1.2	*1. Контрольные вопросы к теме* *2. Тест №1*
3	. Стационарные случайные процессы	ПК-5.	ПК-5.1	*1. Контрольные вопросы к теме* *2. Контрольная работа*
4	Марковские процессы	ПК-5.1	ПК-5.1	*1. Контрольные вопросы к теме* *2. Тест №2*
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				*Перечень вопросов*

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Практикоориентированные задания

Контрольные вопросы по теоретическим разделам текущих тем

Тестирование

Контрольные работы

Контрольные работы

Вариант №1	Вариант №2
1. Определение случайного процесса. 2. Свойства спектральной плотности. 3. Проверить дифференцируемость случайного процесса со спектральной плотностью $\frac{\sigma_x^2(\alpha^4+\left(\omega^4+\alpha^2\right))}{\omega^6+\alpha^4}$ 4. Привести пример корреляционной функции стационарного случайного процесса.	1.Определение корреляционной функции случайного процесса. 2.Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.. 3.Проверить дифференцируемость случайного процесса со спектральной плотностью $\frac{\sigma_x^2(\alpha^2+\left(\omega^2+\alpha^2\right))}{(\omega^6+\alpha^2)^2}$ 4. Привести пример случайного процесса.

Вариант № 3. 1. Определение стационарного процесса. 2. Свойства корреляционной функции. 3. Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией $K_x(\tau)=D_x\exp(-\alpha\lvert\tau\rvert)\cos\beta\tau,\alpha>0$ 4. Спектральные разложения.	Вариант № 4 1.Определение интеграла от случайной функции. 2. Корреляционная функция интеграла от случайной функции. 3.Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией $K_x(\tau)=D_x\exp(-\alpha\tau^2)\cos\beta\tau,\alpha>0$ 4. Свойства спектральной плотности.
Вариант №5 1. Корреляционная функция производной от случайного процесса. 2. Привести пример спектральной плотности. 3.Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией $K_x(\tau)=D_x\exp(-\alpha\lvert\tau\rvert),\alpha>0$ 4. Спектральная плотность производной от стационарного процесса.	Вариант №6 1. Достаточное условие дифференцируемости 2. случайного процесса. 3. Установить стационарность производной от стационарного случайного процесса. 4. Проверить дифференцируемость случайной функции со спектральной плотностью $\dfrac{\alpha\sigma_x{}^2(\alpha^2+\omega^2+\beta^2)}{\pi((\omega^2+\alpha^2+\beta^2)^2-4\beta^2\omega^2)}$ 5. Свойства дифференциалов $d\Phi_x(\omega)$

Контрольные вопросы по теоретическим разделам текущих тем

Тема: «*Свойства корреляционной функции*»

1. Определение корреляционной функции случайного процесса
2. Показать, что корреляционная функция комплексной случайной функции также является комплексной.
3. Доказать свойство симметрии корреляционной функции действительного случайного процесса.
4. Показать ,что корреляционная функция не изменяется от прибавления к ней неслучайной величины или функции

5. Перечислить и доказать основные свойства корреляционной функции стационарного процесса
6. Привести примеры корреляционных функций для действительных стационарных случайных процессов

Тема: *Эргодическое свойство стационарных случайных процессов*

1. Понятие эргодического свойства.
2. Практическое значение эргодического свойства
3. Условие эргодичности по отношению к математическому ожиданию.
4. Какую величину интервала осреднения нужно выбирать для надежного определения математического ожидания и корреляционной функции случайного процесса , обладающего эргодическим свойством.

Тема: *Дифференцирование и интегрирование случайных функций*

1. 1.Определение предела случайного процесса в среднем квадратическом

2. Условие непрерывности случайного процесса.
3. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости случайного процесса
4. Условие дифференцируемости стационарного процесса
5. Обладает или нет свойством стационарности производная от стационарного процесса?
6. Как связаны математические ожидания случайного процесса и его производной?
7. Как связаны корреляционные функции случайного процесса и его производной?
8. Определение интеграла от случайного процесса
9. Условие интегрируемости случайного процесса
10. Обладает или нет свойством стационарности интеграл от стационарного случайного процесса?

Тема : *Спектральные разложения*

1. .К каким случайным процессам применимы спектральные разложения?
2. Определение спектрального разложения
3. Свойства дифференциалов $d\Phi(\omega)$
4. Свойства спектральной плотности
5. Связь между спектральной плотностью и корреляционной функцией
6. Понятие « белого шума»
7. Привести примеры функций , которые можно рассматривать как спектральные плотности стационарных случайных функций.

Тема: *Спектральная плотность линейной комбинации стационарной случайной функции и ее производных. Стационарное решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.*

1. Спектральная плотность производной от стационарного процесса
2. Как проверить дифференцируемость стационарного случайного процесса с помощью его спектральной плотности?
3. Установить зависимость между спектральной плотностью случайного процесса $Z(t)=P_m\left(p\right)X(t)$, где $X(t)$ - стационарный случайный процесс, $P_m(p)$-полином степени m от оператора $p=\dfrac{d}{dt}$ и спектральной плотностью $S_x(\omega)$.
4. Сформулировать условия, при которых существует стационарное решение $Y(t)$ дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t)=Q_n(p)X(t)$, где $X(t)$ - стационарный случайный процесс, $P_m(p),Q_n(p)$-полиномы степени m и n с постоянными неслучайными коэффициентами от оператора $p=\dfrac{d}{dt}$.
5. Найти спектральную плотность $S_y(\omega)$ стационарного решения дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t)=Q_n(p)X(t)$
6. Используя правило построения спектральной плотности производной n-го порядка, от стационарного процесса, привести примеры линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами , имеющие решение.

Тема *Определение корреляционной функции решения неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами при нестационарной правой части*

1.Привести примеры случайных процессов $Z(t)$, для которых удается получить частный интеграл дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t)=Z(t)$ при нулевых начальных условиях. Здесь $P_m(p)$-полином степени m с постоянными неслучайными коэффициентами от оператора $p=\frac{d}{dt}$.

2. Привести пример случайной функции $Z(t)$, приводящей к стационарности частного интеграла дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t)=Z(t)$ при нулевых начальных условиях.

3. Привести общий вид решения дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t)=Z(t)$,когда начальные условия являются случайными величинами

Тема: *Вероятностные характеристики решений системы линейных уравнений*

1.Алгоритм построения вероятностных характеристик решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $\frac{dY_j(t)}{dt}+\sum_{m=1}^{n}a_{jm}Y_m(t)=X_j(t), j\in\{1,2,...n\}$.Здесь функции $X_j(t)$ стационарны и стационарно связаны, а начальные условия нулевые.

2. Почему при исследовании вероятностных характеристик решений системы n дифференциальных уравнений не целесообразно сводить ее к одному уравнению n -го порядка?

Материалы тестирования

Тест №1

1) Обладает или нет свойством стационарности производная от стационарного случайного процесса?

А) да В) нет

2) Для каких случайных процессов определения стационарности в широком и узком смыслах. совпадают ?

А) нормальных В) общего вида

3) Корреляционная функция стационарного случайного процесса четна?

А) да В) нет

4) Спектральная плотность стационарного случайного процесса имеет вид $S(\omega)=\frac{\sigma^2\alpha^2}{\omega^2+\alpha^2}$.

А) Процесс дифференцируемый В) процесс недифференцируемый

5) Может ли обладать эргодическим свойством нестационарный случайный процесс?

А) да В) нет

6) Какие из функций переменной τ можно рассматривать в качестве корреляционных функций стационарного случайного процесса

а) $\sigma^2\exp(\tau)$; б) $\sigma^2\frac{1}{\tau^2}$; с) $\sigma^2\exp(-\alpha\tau^2),\alpha>0$?

7) Интеграл от стационарной случайной функции обладает свойством стационарности ?

А) нет   В) да
8) Какой случайный процесс может быть представлен в виде интеграла Стилтьеса ?
А) стационарный   В) общего вида.
9) Может ли иметь отрицательные ординаты спектральная плотность стационарного случайного процесса ?
А) да   В) нет.
10) Для вещественных случайных процессов спектральная плотность четна.
А) да   В) нет
11) Все законы распределения марковского случайного процесса могут быть однозначно выражены через двумерные законы распределения.
А) да В) нет.
12) К какому типу уравнений принадлежат уравнения Колмогорова ?
А) Параболическому   В) Гиперболическому
13) Может ли случайный процесс быть одновременно марковским и стационарным ?
А) да   В) нет.
14) Может ли обладать свойством стационарности решение неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами при нестационарной правой части?
А) может В) нет с) может при некоторых условиях

Тест №2

1) Могут ли все законы распределения марковского случайного процесса быть однозначно выражены через двумерные законы распределения.
А) да В) нет.
2) К какому типу уравнений принадлежат уравнения Колмогорова ?
А) Параболическому   В) Гиперболическому
3) Может ли случайный процесс быть одновременно марковским и стационарным ?
А) да   В) нет.
4) Переход от уравнения Колмогорова к уравнению, описывающему марковский процесс является однозначным
А) да   В) нет.

5) Как связаны коэффициенты уравнений Колмогорова с ординатами случайного процесса ?
А) с помощью условных моментов первого и второго порядков
В) с помощью условных моментов выше второго порядка
6) Каким условиям должны удовлетворять коэффициенты системы уравнений Колмогорова, чтобы многомерный марковский процесс одновременно является нормальным
А) b_{im}- постоянные величины, а коэффициенты a_i -линейные функции пространственных координат
В) коэффициенты a_i -линейные функции пространственных координат нет.

Описание технологии проведения. Проводится контроль путем проверки выполненных упражнений

Шкалы и критерии оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов

Хорошо	*Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.*
Удовлетворительно	*Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.*
Неудовлетворительно	*Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.*

20.2 Промежуточная аттестация Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по вопросам

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

Вопросы к зачету

1.Определение случайного процесса.
2.Функция распределения случайного процесса..
3.Непрерывный случайный процесс.
4.Законы распределения случайного процесса.
5. Моменты случайных процессов.
6. Комплексные случайные функции.
7. Корреляционная функция и ее свойства.
8.Определение стационарного случайного процесса.
9. Стационарность в широком смысле.
10. Спектральные разложения стационарных случайных процессов.
11. Свойства спектральной плотности.
12. Предел случайной функции.
13. Производная от случайной функции.
14. Достаточное условие дифференцируемости случайного процесса.
15. Интеграл от случайной функции.
16. Условие интегрируемости.
17. Спектральная плотность производной от стационарной случайной функции.
18.Определение и общие свойства марковских процессов.
19. Уравнения Колмогорова.
20. Коэффициенты уравнения Колмогорова.
21. Нормальные случайные процессы.
22. Спектральная плотность стационарного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения со стационарной правой частью.
23. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.
24.Классификация случайных процессов..
25. Примеры корреляционных функций стационарных случайных процессов

Описание технологии проведения. Зачет проводится в форме собеседования на основе КИМ, составленных на основе вопросов для подготовки к зачету.

Оценка	Критерии оценок
зачтено	Знает основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности. Умеет: проводить первичный анализ накопленного отечественного и международного научного материала для построения и анализа

	моделей со случайными параметрами Владеет основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.
Не зачтено	Знает частично основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности, но не владеет основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.

20.3 Задания раздела рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

ПК-1

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1) Обладает или нет свойством стационарности в широком смысле производная от стационарного случайного процесса?
А) да.
Так как математическое ожидание производной от стационарного случайного процесса равно нулю, а вторая производная от корреляционной функции зависит от одной переменной.
В) нет
2) Для каких случайных процессов определения стационарности в широком и узком смыслах. совпадают ?
А) нормальных .
Для них математическое ожидание постоянно, все моменты нечетных порядков равны нулю, а моменты четных порядков выражаются через момент второго порядка, зависящий только от разности между аргументами
В) общего вида
3) Корреляционная функция действительного стационарного случайного процесса четна?
А) да
Так как из определения корреляционной функции следует ее симметричность , приводящая в стационарном случае к четности.
В) нет
4) Спектральная плотность стационарного случайного процесса имеет вид

$$S(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2}. \quad \boldsymbol{S(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2}}$$

А) Процесс дифференцируемый
В) процесс не является дифференцируемым

Так как выполняется условие $\lim\limits_{|\omega|\to\infty} \omega^2 S(\omega) \neq 0$ $\boldsymbol{\lim\limits_{|\omega|\to\infty} \omega^2 S(\omega) \neq 0}$

5) Может ли обладать эргодическим свойством нестационарный случайный процесс?

А) да

В) нет

Так как статстические свойства меняются с изменением аргумента и отдельные куски реализации нельзя считать различными реализациями, отвечающими одинаковым условиям опыта

6) Какие из функций переменной τ можно рассматривать в качестве корреляционных функций стационарного случайного процесса

а) $\sigma^2 \exp(\tau)$; $\boldsymbol{\sigma^2 \exp(\tau)}$

б) $\sigma^2 \frac{1}{\tau^2}$; $\boldsymbol{\sigma^2 \frac{1}{\tau^2}}$

с) $\sigma^2 \exp(-\alpha\tau^2), \alpha > 0$ $\boldsymbol{\sigma^2 \exp(-\alpha\tau^2), \alpha > 0}$

Функция четна, достигает максимума в нуле и и стремится к нулю при стремлении τ ***к бесконечности***

7) Интеграл от стационарной случайной функции обладает свойством стационарности ?

А) нет

Так как математическое ожидание интеграла от стационарного случайного процесса не является постоянным, а корреляционная функция не отразности между моментами времени, а от каждого аргумента в отдельности

В) да

8) Какой случайный процесс может быть представлен в виде интеграла Стилтьеса ?

А) **стационарный в широком смысле**

Когда корреляционная функция удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |K(\tau)| d\tau < \infty \quad \boldsymbol{\int_{-\infty}^{+\infty} |K(\tau)| d\tau < \infty}$$

В) общего вида.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Определение и свойства корреляционной функции случайного процесса

Пример ответа. Корреляционной функцией случайного процесса называется функция двух переменных, которая каждой паре моментов времени сопоставляет корреляционный момент соответствующих сечений процесса.

Пример ответа: Корреляционная функция равна математическому ожиданию произведения двух различных сечений случайного процесса. Для стационарного случайного процесса корреляционная функция четна, достигает максимума в нуле и стремится к нулю на бесконечности

Пример ответа: Корреляционная функция случайного процесса является двухточечным центральным моментом второго порядка.

2. Понятие эргодического свойства. Его практическое значение.
   Пример ответа

Пример ответа. Эргодическое свойство — специальное свойство некоторых динамических систем, состоящее в том, что в процессе эволюции почти каждое состояние с определённой вероятностью проходит вблизи любого другого состояния системы. Практическое значение эргодического свойства заключается в том, что при достаточном времени наблюдения такие системы можно описывать статистическими методами.

Пример ответа:

Для эргодичности по отношению к математическому ожиданию достаточным условием является стремление корреляционной функции $R(\tau)$ к нулю при стремлении τ к бесконечности.

Эргодическое свойство позволяет заменить статистическое осреднение стационарного случайного процесса осреднением одной реализации по достаточно большому промежутку времени.

3. Определение предела случайного процесса в среднем квадратическом

Пример ответа.

Пределом случайного процесса в среднем квадратическом называют случайный вектор, если существует предел евклидовой нормы случайного процесса.

Пример ответа

: Случайная величина Y является пределом случайной функции $X(t)$ при $t \to t_0$, если предел математического ожидания квадрата их разности стремится к нулю

$$\lim_{t \to t_0} M\left\{\left[X(t) - -Y\right]^2\right\} = 0$$

4. Определение интеграла от случайного процесса

Пример ответа. Интеграл от случайного процесса — это среднеквадратичный предел, не зависящий от выбора разбиений и точек. Он обозначается как обычный интеграл X(t)dt. Случайный процесс X(t) называется интегрируемым на интервале [α, β] в среднем квадратичном, если для него существует среднеквадратический интеграл по этому интервалу.

Пример ответа:

$$\int_a^b X(t)\,dt = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{k=0}^{n} X(t_k)\,\Delta t_k$$

ПК-5

3) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1) Обладает или нет свойством стационарности в широком смысле производная от стационарного случайного процесса?

А) да.

Так как математическое ожидание производной от стационарного случайного процесса равно нулю, а вторая производная от корреляционной функции зависит от одной переменной.

В) нет

2) Для каких случайных процессов определения стационарности в широком и узком смыслах. совпадают ?

А) нормальных .

Для них математическое ожидание постоянно, все моменты нечетных порядков равны нулю, а моменты четных порядков выражаются через момент второго порядка, зависящий только от разности между аргументами

В) общего вида

3) Корреляционная функция действительного стационарного случайного процесса четна?

А) да

Так как из определения корреляционной функции следует ее симметричность , приводящая в стационарном случае к четности.

В) нет

4) Спектральная плотность стационарного случайного процесса имеет вид

$S(\omega)=\frac{\sigma^2\alpha^2}{\omega^2+\alpha^2}$. $\boldsymbol{S(\omega)=\frac{\sigma^2\alpha^2}{\omega^2+\alpha^2}}$

А) Процесс дифференцируемый

В) процесс не является дифференцируемым

Так как выполняется условие $\lim\limits_{|\omega|\to\infty}\omega^2 S(\omega)\neq 0$ $\boldsymbol{\lim\limits_{|\omega|\to\infty}\omega^2 S(\omega)\neq 0}$

5) Может ли обладать эргодическим свойством нестационарный случайный процесс?

А) да

В) нет

Так как статстические свойства меняются с изменением аргумента и отдельные куски реализации нельзя считать различными реализациями, отвечающими одинаковым условиям опыта

6) Какие из функций переменной τ можно рассматривать в качестве корреляционных функций стационарного случайного процесса

а) $\sigma^2\exp(\tau)$; $\boldsymbol{\sigma^2\exp(\tau)}$

б) $\sigma^2\frac{1}{\tau^2}$; $\boldsymbol{\sigma^2\frac{1}{\tau^2}}$

с) $\sigma^2\exp(-\alpha\tau^2),\alpha>0$ $\boldsymbol{\sigma^2\exp(-\alpha\tau^2),\alpha>0}$

Функция четна, достигает максимума в нуле и и стремится к нулю при стремлении τ ***к бесконечности***

7) Интеграл от стационарной случайной функции обладает свойством стационарности ?

А) нет

Так как математическое ожидание интеграла от стационарного случайного процесса не является постоянным, а корреляционная функция не отразности между моментами времени, а от каждого аргумента в отдельности

В) да
8) Какой случайный процесс может быть представлен в виде интеграла Стилтьеса ?
А) **стационарный в широком смысле**
Когда корреляционная функция удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |K(\tau)| d\tau < \infty \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |K(\tau)| d\tau < \infty$$

В) общего вида.

4) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

5. Определение и свойства корреляционной функции случайного процесса

Пример ответа. Корреляционной функцией случайного процесса называется функция двух переменных, которая каждой паре моментов времени сопоставляет корреляционный момент соответствующих сечений процесса.

Пример ответа: Корреляционная функция равна математическому ожиданию произведения двух различных сечений случайного процесса. Для стационарного случайного процесса корреляционная функция четна, достигает максимума в нуле и стремится к нулю на бесконечности

Пример ответа: Корреляционная функция случайного процесса является двухточечным центральным моментом второго порядка.

6. Понятие эргодического свойства. Его практическое значение.
   Пример ответа

Пример ответа. Эргодическое свойство — специальное свойство некоторых динамических систем, состоящее в том, что в процессе эволюции почти каждое состояние с определённой вероятностью проходит вблизи любого другого состояния системы. Практическое значение эргодического свойства заключается в том, что при достаточном времени наблюдения такие системы можно описывать статистическими методами.

Пример ответа:
Для эргодичности по отношению к математическому ожиданию достаточным условием является стремление корреляционной функции $R(\tau)$ к нулю при стремлении τ к бесконечности.
Эргодическое свойство позволяет заменить статистическое осреднение стационарного случайного процесса осреднением одной реализации по достаточно большому промежутку времени.

7. Определение предела случайного процесса в среднем квадратическом

Пример ответа.
Пределом случайного процесса в среднем квадратическом называют случайный вектор, если существует предел евклидовой нормы случайного процесса.

Пример ответа

: Случайная величина Y является пределом случайной функции $X(t)$ при $t \to t_0$, если предел математического ожидания квадрата их разности стремится к нулю

$$\lim_{t \to t_0} M\left\{\left[X(t) - -Y\right]^2\right\} = 0$$

8. Определение интеграла от случайного процесса

Пример ответа. Интеграл от случайного процесса — это среднеквадратичный предел, не зависящий от выбора разбиений и точек. Он обозначается как обычный интеграл X(t)dt. Случайный процесс X(t) называется интегрируемым на интервале [α, β] в среднем квадратичном, если для него существует среднеквадратический интеграл по этому интервалу.

Пример ответа:

$$\int_a^b X(t)\,dt = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{k=0}^{n} X(t_k)\,\Delta t_k$$

Описание технологии проведения. Проводится в виде электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только вопросы с кратким текстовым ответом или представленные в форме эссе

Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

- 5 баллов – задание выполнено верно;
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно.